# Mathématiques générales

## COMBINATOIRE ET TOPOLOGIE: UNE INTRODUCTION

19 novembre 2015



 Cet enseignement aborde des aspects à la fois divers et fondamentaux des mathématiques. Il est ouvert à tous les étudiants curieux de découvrir différentes facettes des mathématiques qui justifient que l'on s'y intéresse.



- Cet enseignement aborde des aspects à la fois divers et fondamentaux des mathématiques. Il est ouvert à tous les étudiants curieux de découvrir différentes facettes des mathématiques qui justifient que l'on s'y intéresse.
- La première partie de ce cours est faite par Alain Herreman, voici son résumé :



- Cet enseignement aborde des aspects à la fois divers et fondamentaux des mathématiques. Il est ouvert à tous les étudiants curieux de découvrir différentes facettes des mathématiques qui justifient que l'on s'y intéresse.
- La première partie de ce cours est faite par Alain Herreman, voici son résumé :
- Elle comprend une initiation à l"axiomatique moderne" à partir des axiomes de la Géométrie. On verra les notions de démonstration logique (sans formalisme), de modèle d'un système d'axiomes, des preuves d'indépendance et de non contradiction. On présentera la notion de proposition indécidable à partir de plusieurs exemples et les théorèmes d'incomplétudes de Gödel (sans démonstration). On introduira ensuite la notion de décidabilité et de machines de Turing dont on expliquera les enjeux, ainsi que la "thèse de Turing".

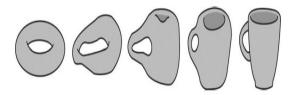


- Cet enseignement aborde des aspects à la fois divers et fondamentaux des mathématiques. Il est ouvert à tous les étudiants curieux de découvrir différentes facettes des mathématiques qui justifient que l'on s'y intéresse.
- La première partie de ce cours est faite par Alain Herreman, voici son résumé :
- Elle comprend une initiation à l"axiomatique moderne" à partir des axiomes de la Géométrie. On verra les notions de démonstration logique (sans formalisme), de modèle d'un système d'axiomes, des preuves d'indépendance et de non contradiction. On présentera la notion de proposition indécidable à partir de plusieurs exemples et les théorèmes d'incomplétudes de Gödel (sans démonstration). On introduira ensuite la notion de décidabilité et de machines de Turing dont on expliquera les enjeux, ainsi que la "thèse de Turing".
- La seconde partie de ce cours est consacrée à des applications de la combinatoire et de la topologie.



• La topologie est une vision moderne de la géométrie. Dans la version classique de la géométrie, on peut bouger les objets, les retourner, mais on ne peut pas les étirer ou les plier.

- La topologie est une vision moderne de la géométrie. Dans la version classique de la géométrie, on peut bouger les objets, les retourner, mais on ne peut pas les étirer ou les plier.
- Par exemple, en topologie un beignet et une tasse sont équivalents (par déformations continues)





• parmi les sujets que nous aborderons :



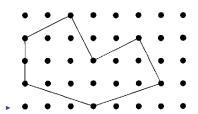
- parmi les sujets que nous aborderons :
- La formule d'Euler et quelques applications, comme

- parmi les sujets que nous aborderons :
- La formule d'Euler et quelques applications, comme
  - ► La formule de Pick, qui donne l'aire d'un polygone ( à sommets entiers) en fonction du nombre de points entiers à l'intérieur et sur le bord,

$$A = N_{interieur} + \frac{N_{bord}}{2} - 1$$

- parmi les sujets que nous aborderons :
- La formule d'Euler et quelques applications, comme
  - La formule de Pick, qui donne l'aire d'un polygone ( à sommets entiers) en fonction du nombre de points entiers à l'intérieur et sur le bord,

$$A = N_{interieur} + \frac{N_{bord}}{2} - 1$$



- parmi les sujets que nous aborderons :
- La formule d'Euler et quelques applications, comme
  - La formule de Pick, qui donne l'aire d'un polygone ( à sommets entiers) en fonction du nombre de points entiers à l'intérieur et sur le bord,

$$A = N_{interieur} + \frac{N_{bord}}{2} - 1$$

► dans cet exemple l'aire du polygone =  $11 + \frac{8}{2} - 1 = 14$ , où 11 est le nombre de points entiers qui sont à l'intérieur et 8 est celui des points entiers sur le bord.

#### INTRODUCTION

 Monter que les polyèdres convexes réguliers ( platoniciens) sont exactement les cinq polyèdres suivants :



## INTRODUCTION

 Monter que les polyèdres convexes réguliers (platoniciens) sont exactement les cinq polyèdres suivants :





• le principe des tiroirs (et du double-comptage)



- le principe des tiroirs (et du double-comptage)
- le problème des cinq couleurs,



- le principe des tiroirs (et du double-comptage)
- le problème des cinq couleurs,
- le théorème de l'amitié:
  "dans un groupe d'individus, supposons que toute paire de personnes ait exactement un ami commun. Alors, il y a toujours un individu, le "politicien", qui est ami avec tout le monde."



- le principe des tiroirs (et du double-comptage)
- le problème des cinq couleurs,
- le théorème de l'amitié :
  "dans un groupe d'individus, supposons que toute paire de personnes ait exactement un ami commun. Alors, il y a toujours un individu, le "politicien", qui est ami avec tout le monde."
- Théorème du points fixe et son application à la théorie des jeux.

